

直观想象揭面纱 逻辑推理显真颜

——以 2019 年人教 A 版“直线与平面平行”为例

卢妮¹ 蔡海涛² 黄勇³

(1. 福建省莆田第二中学, 福建 莆田 351131; 2. 福建省莆田第二中学, 福建 莆田 351131;
3. 福建教育学院数学研修部, 福建 福州 350001)

摘要: 立体几何教学, 教师要关注发展学生直观想象、逻辑推理等核心素养。文章以“直线与平面平行”的教学实践为案例, 通过设置问题情境, 观察几何模型, 动手操作再数学抽象, 引导学生发现直线与平面的平行的判定和性质。在应用直线与平面的平行的判定和性质定理时, 通过训练学生对几何语言的合理使用, 提高逻辑推理能力, 达到发展学生直观想象、逻辑推理素养的目的。

关键词: 直观想象; 逻辑推理; 立体几何

《普通高中数学课程标准》(2017 年版 2020 年修订)指出, 发展数学学科核心素养是课程的重要目标, 育人价值的体现。而核心素养如何在教学中落地, 引发了广泛教师的关注。立体几何的教学着重关注发展学生的直观想象、逻辑推理的素养。研究空间几何图形和它们的性质的基本方法源于直观感知, 然后操作确认, 最后逻辑验证。

基于此, 笔者以 2019 年人教 A 版必修二(以下简称“教材”)中的 8.5.2 节“直线与平面平行”为例, 对如何培养学生的直观想象、逻辑推理素养, 谈谈自己的一点做法, 期与同行交流。

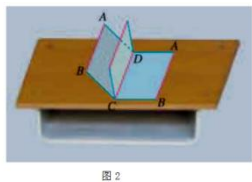
一、直观想象探思路

(一) 借助模型直观想象

问题 1: 如图 1, 当门绕着一边转动时, 另一边与墙面有公共点吗? 门扇转动的一边与墙面平行吗?



问题 2: 如图 2, 将一块矩形硬纸板 ABCD 平放在桌面上, 把这块纸板绕边 DC 转动, 在转动的过程中 (AB 离开桌面), DC 的对边 AB 与桌面有公共点吗? 边 AB 与桌面平行吗?



教师转动教室的门, 学生翻动纸板, 都是充分利用了实物原型。学生借助模型, 可以直观看到无论门扇转动到什么位置, 转动的一边与固定的一边总是平行的, 它与墙面是平行的。教师引导学生根据实物抽象成数学模型, 直观想象直线与平面平行的判断方法, 探究如何将空间问题转化为平面问题的有效途径, 进

而得到直线与平面平行的判定定理。其实, 直线与平面平行的判定定理渗透了处理空间位置关系的一般方法, 即空间问题平面化。教师进而提出问题 3: 这一定理在现实生活中有许多应用, 你们能举例吗? 学生充分交流后不难回答: 安装教室的日光灯, 为了使日光灯与地面平行, 只需日光灯与天花板和墙面的交线平行; 安装黑板时, 为了使黑板的边缘与地面平行, 只需黑板的边缘与地面和墙面的交线平行……

从学生熟悉的实际问题引入, 使学生了解数学来源于实际生活, 经历定理的发现过程。教师设置问题串, 引导学生自主探究、合作交流, 随着学生思维的层层深入, 探究发现“线面平行”判定的关键因素为找“线线平行”, 这蕴含了研究立体几何的基本方法, 即借助模型→直观想象→抽象概括, 从而发展直观想象素养。

(二) 融合技术直观想象

在应用直线与平面平行的性质定理时, 教师展示例题: 在如图 3 所示的一块木料中, 棱 BC 平行于面 A'C'。经过面 A'C'内的一点 P 和棱 BC 将木料锯开, 在木料表面应该怎样画线?

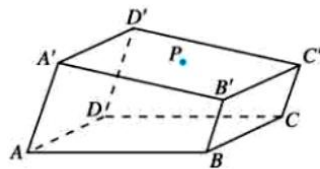


图 3

有的学生在作图时出现如图 4 所示的错误 (直接连接 PB 和 PC)。对于这个错误, 教师可以利用几何画板制作一个模拟锯木料的动画过程。让学生更加直观的理解切割的过程, 理解画的

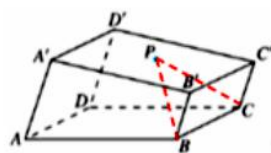


图 4

线实则是过点 P 和棱 BC 得到的截面与木料的表面的交线,由基本事实 4、推论 1 和线面平行的性质定理画出正确的线段,得到如图 5。

融合信息技术,让学生更直观地观察空间几何体的结构特点和其中的位置关系,突破了本题的难点,发展了学生直观想象的核心素养。

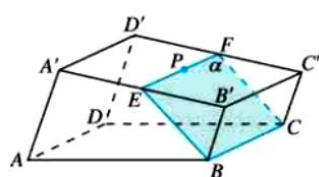


图 5

二、逻辑推理助解题

(一) 逻辑推理建构知识网络

教师在讲解直线与平面平行的判定后,可以引导学生归纳总结判断一条直线与平面平行的关键条件,进而提出问题:已知线面平行又能得到什么结论?即研究已知直线与平面内直线的位置关系,这就是线面平行的性质。教师可引导学生观察长方体的模型,发现直线显然与平面内直线没有公共点。所以已知直线与平面内的直线平行或异面。此时,教师借助模型提醒学生,避免出现“若线面平行,则该线和面内任意一条直线平行”的错误。教师进一步启发学生,若直线 a 平行平面 α , 直线 a 满足什么条件与 α 内的直线 b 平行,由基本事实的推论 3 可得,直线 a, b 可确定平面 β 。所以,直线 b 被看做是平面 α 与过直线 a 的平面 β 的交线。于是可得如下结论:过直线 a 的平面 β 与平面 α 相交于 b, 则 $a//b$ 。学生在教师的引导下探究一操作一猜想一论证,培养学生科学论证的理性精神,发展学生逻辑推理的核心素养。

本节是立体几何研究线面平行“定性”问题的关键课时,研究直线与平面平行判定后再研究其性质,为后续研究直线和平面垂直关系奠定了基础,乃至可以类比进一步研究直线与平面的位置关系,得到研究立体几何的方法即把空间问题平面化这种化归转化的方法,学生在认识研究立体几何的“基本套路”中,得到立体几何“定性”问题以及研究方法知识体系的建构。

(二) 逻辑推理学会合理表达

几何语言包括图形语言、文字语言和符号语言^[1]。融合这三种语言的过程就是逻辑推理的发展过程。

表达是一种可视化的表现,它指的是学生把自己的见解、判断、感受等通过图画、语言、符号等表现出来。例如教材中证明直线、平面之间的平行的性质,让学生学会用符号语言合理准确地表达,循序渐进地掌握相应的证明方法。又如教材的 137 页的例 2,是线面平行关系的经典范例,教材用三种语言进行表达,即如图 6,在空间四边形中, AB 和 AD

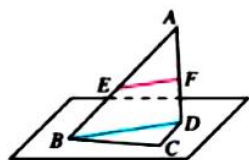


图 6

的中点分别是 E、F,证明 $EF//$ 平面 BCD。教师引导学生先理解文字所反映的图形及关系,再画出相应的图形,利用图形语言进行表示,进而用符号语言进行论证、推理,让学生熟练掌握“文字—符号—图形”三种语言的表达,发展学生逻辑推理素养。

而在应用直线与平面平行的性质定理解决立体图形问题时,如教材的 138 页的例 3,其实是“实物模型—图形—文字—符号”的这一抽象过程。直观图形,猜想所画线与平面 AC 的位置关系。在根据线面平行的判定和性质定理的证明过程中,学生有条理的去思考,再用数学符号语言有条理的表达,发展学生的逻辑推理的素养。

三、教学反思

立体几何的教学在发展学生的直观想象、逻辑推理等数学核心素养承担重要的地位与作用。而立体几何的“平行”“垂直”等“定性”关系需要学生有一定的空间想象和逻辑推理能力。“直观”是一个长期进行数学思维形成的,是逐渐养成的一种思维习惯,这个日积月累就形成素养。^[2]事实上,学生在这方面的能力是比较薄弱。教学过程中,教师引导学生从整体到局部,从特殊到一般,认识空间几何体;再以长方体为载体,直观认识空间点、直线、平面的位置关系;最后由一般到特殊,进一步研究直线、平面的平行、垂直关系,重点研究判定与性质。这样,学生有一个从具体到抽象、层层递进、渐渐严谨的研究学习过程,从合情推理自然地过渡到逻辑推理。

还有,教师在教学中,本着“直观感知—操作确认—度量计算—思辨论证”的研究思路,突出几何直观,通过直观想象抽象出立体几何的研究对象,让学生用数学的眼光看世界;深化图形意识,发现或猜想出图形中的直线、平面间的位置关系,找到证明思路,让学生会用数学的思维思考世界;求解具体问题中,熟练掌握判定定理和性质定理,有机结合图形语言、文字语言和符号语言进行推理论证,让学生学会用数学的语言表达世界。

参考文献:

[1] 李海东. 重视研究立体几何图形的过程和方法,发展直观想象、逻辑推理素养——人教 A 版普通高中教科书《数学》(必修第二册)第八章“立体几何初步”的教材设计与教学反思 [J]. 中学数学教学参考, 2020(19): 10-14+26.

[2] 林新建. 基于“核心素养”的数学直观能力培养途径 [J]. 数学通报, 2019, 58(08): 19-22.

